

Termodinâmica 2/2015 Trabalho de Casa 4

Entrega até quarta, 13/01, às 18:00.

Como em todo trabalho de casa, você deve exibir todos os detalhes das soluções. Sempre que isto for apropriado, deduza uma expressão algébrica primeiro e só ponha números no último passo. Teste sempre se sua resposta faz sentido físico, verificando as unidades e confrontando-a com casos particulares ou limites conhecidos

1. Começando da expressão para a multiplicidade de um gás ideal monoatômico

$$\Omega = \frac{1}{N!} \frac{\pi^{3N/2}}{(3N/2)!} \frac{(2m)^{3N/2}}{h^{3N}} V^N U^{3N/2}, \text{ deduza a equação de Sackur-Tetrode para a entropia.}$$

2. A) Use a equação de Sackur-Tetrode para calcular o valor da entropia de um litro de He à pressão atmosférica e temperatura ambiente (300K).

B) Recalcule a entropia desta amostra de He, supondo que os átomos são distinguíveis. A diferença entre os dois cálculos é significativa? Isto faz sentido?

3. Para um gás ideal monoatômico ou para um sólido de Einstein, a entropia é Nk multiplicado por um logaritmo. Este logaritmo nunca é grande, por isso, se você só quer uma estimativa grosseira da ordem de grandeza da entropia de um sistema termodinâmico, você pode aproximar este logaritmo por 1, resultando que $S \approx Nk$, onde N é o número de partículas do sistema. Faça então uma estimativa grosseira da entropia dos seguintes sistemas: um livro de Física básica (um quilograma de compostos de carbono); um gato; o Sol.

4. Quantos arranjos diferentes são possíveis para um baralho de 52 cartas? (Considere apenas a ordem das cartas, ignore a possibilidade de girá-las ou colocá-las de cabeça para baixo, etc).

Suponha que você embaralhe estas cartas repetidamente, de modo que todos os arranjos sejam “acessíveis”. Qual a entropia associada à ordem das cartas? Compare este valor com a entropia associada com a distribuição de energia térmica entre os átomos destas cartas (veja o enunciado do problema anterior para estimar esta última entropia).

5. A multiplicidade de um gás ideal monoatômico é dada por $\Omega(U, V, N) = f(N)V^N U^{3N/2}$.

A) Use este resultado para calcular a probabilidade de que um gás num recipiente de volume V seja encontrado num estado no qual todos os átomos estejam no lado esquerdo do recipiente – este lado tem volume xV , onde x é uma fração ($x < 1$). Por exemplo, se todos os átomos estiverem na metade esquerda, isto significa que $x = 0.5$.

B) Se $N = 10^{22}$, qual é a probabilidade de que uma seção pequena de volume $0.001 V$ (0.1% do volume total) no lado direito do recipiente se torne vácuo (vazia de átomos) espontaneamente; isto é o mesmo que calcular a probabilidade de que todos os átomos se concentrem na fração esquerda do recipiente, com $x=0.999$. Manipule sua resposta de modo a escrevê-la como uma potência de 10.

6. A) Mostre que durante uma expansão isotérmica de um gás ideal monoatômico, a variação de entropia do gás pode ser calculada pela fórmula $\Delta S = \frac{Q}{T}$, onde Q é calor cedido ao gás.

Dica: Calcule primeiro $\Delta S = S_f - S_i$. Use a forma simples da entropia de Sackur-Tetrode: $S = f(N) + \dots$. Em seguida, lembre tudo o que você já sabe sobre: lei dos gases ideais, 1ª Lei da Termodinâmica, definição de trabalho. Comentário: neste problema, você vai deduzir a fórmula $\Delta S = \frac{Q}{T}$ para o caso especial de uma expansão isotérmica, mas vamos ver que esta fórmula também é verdadeira para qualquer processo quasi-estático.

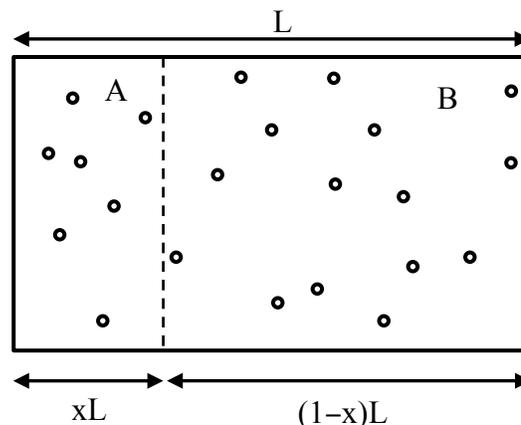
B) Considere uma amostra de gás He consistindo de $N = 10^{22}$ átomos a $T = 300K$, com um volume inicial $V_i = 1$ liter. O gás sofre uma expansão isotérmica quasi-estática até alcançar um volume final $V_f = 2$ liters. Por que fator aumenta a multiplicidade do gás?

7. Uma amostra de gás He, com N átomos, inicialmente à temperatura T_i e volume V_i , sofre uma compressão adiabática quasi-estática até alcançar o volume final ($V_f < V_i$).

A) Deduza uma fórmula para a temperatura final do gás T_f .

B) Use a forma simples da equação de Sackur-Tetrode para deduzir uma expressão para a variação da entropia do gás. Esta variação de entropia é positiva, negativa, ou nula? Sua resposta é compatível com o resultado do problema 6?

8. Considere dois gases ideais monoatômicos diferentes, rotulados A e B, num recipiente com uma partição interna – veja a figura ao lado. O número total de átomos, somados os dos dois gases, é N . A fração de átomos do tipo A é x : $N_A = xN$, e $N_B = (1-x)N$. Enquanto a partição está intacta, ambos os gases estão à mesma temperatura e pressão (e têm portanto a mesma densidade). Subitamente, a partição se quebra e ambos os gases se expandem até preencher o volume inteiro do recipiente.



- A) Deduza fórmulas para a variação de entropia de cada um dos gases, ΔS_A e ΔS_B . Mostre que a variação total de entropia $\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_A + \Delta S_B$, é dada por $\Delta S = -Nk[x \ln x + (1-x) \ln(1-x)]$. Esta é a chamada *entropia de mistura*.
- B) Mostre como a entropia de mistura depende da fração x fazendo um gráfico de $(\Delta S/Nk)$ em função de x .

Pontos

Problema	Pontos
1	2
2	2
3	2
4	2
5	3
6	3
7	3
8	3
Total	20